МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ ГЕНЕРАТОРА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Подлесный С. В.

В данной статье рассматриваются генератор постоянного тока с параллельным возбуждением и с системой автоматического регулирования поддерживающей постоянство напряжения на зажимах генератора, несмотря на изменение общей нагрузки. Это осуществляется посредством регулирования тока возбуждения. Для описания динамики генератора используется конечномерная модель, требующая задания конечного числа независимых механических и электрических параметров. Получена замкнутая система уравнений движения автоматического регулирования напряжения генератора, позволяющая определять параметры, обеспечивающие заданные показатели устойчивости, точности и качества, описывать динамические процессы в системе и в дальнейшем может быть использована для оптимизации системы управления.

У даній статті розглядаються генератор постійного струму з паралельним збудженням і з системою автоматичного регулювання підтримуючої сталість напруги на затискачах генератора, незважаючи на зміну загального навантаження. Це здійснюється за допомогою регулювання струму збудження. Для опису динаміки генератора використовується скінченновимірна модель, що вимагає завдання кінцевого числа незалежних механічних і електричних параметрів. Отримано замкнуту систему рівнянь руху автоматичного регулювання напруги генератора, що дозволяє визначати параметри, що забезпечують задані показники стійкості, точності і якості. Модель описує динамічні процеси в системі і в подальшому може бути використана для оптимізації системи управління.

In this article is discussed the DC generator with parallel excitation and automatic control system supporting constant voltage at the terminals of the generator, despite the change in the total load. This is accomplished by controlling the excitation current. For describing of the dynamics of the generator is used a finite model, that requires setting a finite number of independent mechanical and electrical parameters. Was achieved a closed system of equations of motion of the automatic voltage control of generator, allowing to define the parameters to provide the desired performance stability, accuracy and quality, to describe the dynamic processes in the system and can later be used to optimize the control system.

Подлесный С. В. — канд. техн. наук, доц., зав. каф. технической механики ДГМА
texmex@dgma.donetsk.ua

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

УДК 621.34

Подлесный С. В.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ ГЕНЕРАТОРА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Электромеханические системы (ЭМС) находят широкое применение во многих областях техники. Развитие ЭМС идет как по пути совершенствования технических средств, так и в направлении поиска новых алгоритмов управления. Для рационального конструирования и последующего анализа свойств таких систем современная инженерная практика требует создания корректных математических моделей, которые должны содержать дифференциальные уравнения механического движения, а также уравнения электромагнитных процессов [1].

Система автоматического регулирования состоит из регулируемого объекта и элементов управления, которые воздействуют на объект при изменении одной или нескольких регулируемых переменных. Под влиянием входных сигналов (управления или возмущения), изменяются регулируемые переменные. Цель же регулирования заключается в формировании таких законов, при которых выходные регулируемые переменные мало отличались бы от требуемых значений.

Проектирование систем автоматического регулирования можно вести двумя путями:

1) методом анализа, когда при заранее выбранной структуре системы (расчетным путем или моделированием) определяют ее параметры;

2) методом синтеза, когда по требованиям, к системе сразу же выбирают наилучшую ее структуру и параметры.

Оба эти способа получили широкое практическое применение. Но основой обоих способов является создание адекватной математической модели объекта, на которой базируется дальнее использование принципов оптимизации системы управления [2].

В данной статье рассматриваются ЭМС, для описания динамики которых можно использовать конечномерные модели, т. е. модели, требующие задания конечного числа независимых механических и электрических параметров. Главное внимание обращается на этап составления замкнутой системы дифференциальных уравнений движения ЭМС автоматического регулирования напряжения генератора постоянного тока с параллельным возбуждением.

В генераторе с параллельным возбуждением обмотка возбуждения присоединена через регулировочный реостат параллельно обмотке якоря. Для нормальной работы потребителей электроэнергии необходимо поддерживать постоянство напряжения на зажимах генератора, несмотря на изменение общей нагрузки. Это осуществляется посредством регулирования тока возбуждения. Генераторы постоянного тока с параллельным возбуждением применяются в технике связи для питания радиоустановок, для питания зарядных агрегатов, в передвижных сварочных аппаратах и др. [3].

Основой проведения исследований является математическое моделирование, которое, используя современные достижения вычислительной техники, дает возможность заменить изучение сложного электромеханического преобразователя энергии относительно простой для практической реализации моделью.

Рассмотрению данного вопроса уделялось и уделяется достаточно большое внимание [4–9].

Целью работы является создание и исследование с помощью математических моделей ЭМС автоматического регулирования напряжения генератора постоянного тока.

На рис. 1 изображена система автоматического регулирования напряжения генератора постоянного тока с параллельным возбуждением. Напряжение U регулируется путем изменения величины сопротивления r в цепи возбуждения.

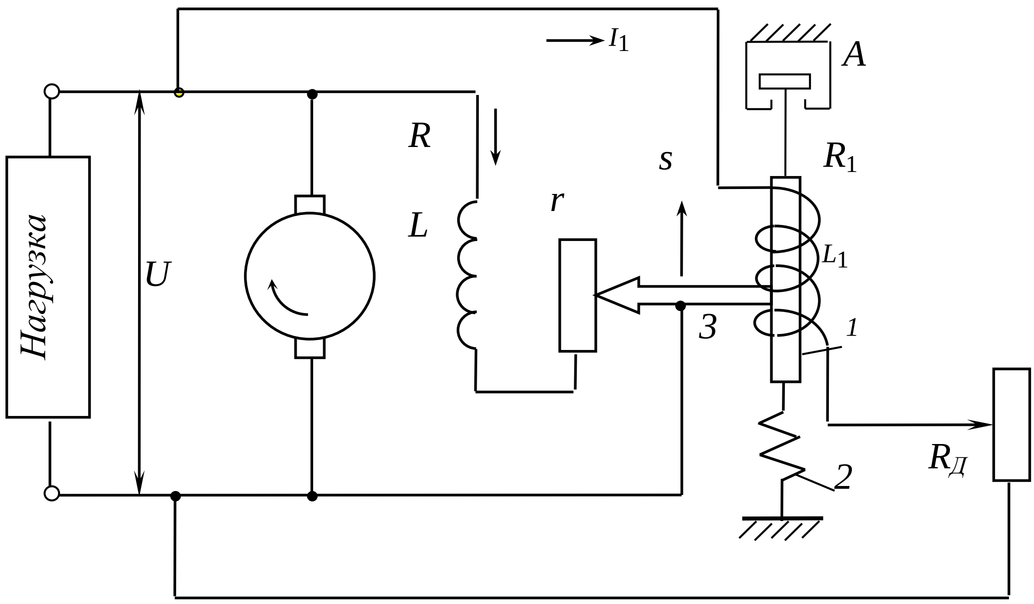

Рис. 1. Система автоматического регулирования напряжения генератора постоянного тока с параллельным возбуждением

Если, например, напряжение *U* по какой-то причине начало падать, уменьшится ток I_1, а значит, и тяговая сила электромагнита *1*. Сердечник электромагнита и связанный с ним движок *3* реостата оттянутся пружиной *2* вниз, уменьшится сопротивление *r*, увеличится ток возбуждения *I* и в результате ликвидируется падение напряжения *U*. Подлежащее регулированию напряжение *U* задается реостатом с сопротивлением $R_Д$.

Получим линеаризованное уравнение динамики регулятора, выражающее зависимость отклонения Δr от отклонения ΔU; отклонение Δr принимаем пропорциональным отклонению Δs, т. е. $\Delta r = h_3 \Delta s$. Тяговую силу электромагнита принимаем пропорциональной квадрату силы тока $F_{эм} = c_1 I_1^2$, жесткость пружины равной c_2, силу трения, пропорциональной скорости сердечника электромагнита $F_{тр} = h\dot{s}$. Масса подвижной части, сопротивление и индуктивность обмотки электромагнита соответственно равны m, R1, L1.

Разобьем систему регулирования напряжения генератора на элементы (первый элемент – катушка электромагнита; второй элемент – подвижная часть электромагнита) и составим уравнения.

Рассмотрим первый элемент. Входная величина напряжение генератора U, выходная величина ток катушки электромагнита i_1.

Составим уравнение по закону Кирхгофа для катушки электромагнита:

$$L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + i_1 \cdot \left(R_1 + R_д\right) = U. \quad (1)$$

Уравнение статического режима электромагнита:

$$I_{10} \cdot \left(R_1 + R_д\right) = U_0. \quad (2)$$

Запишем уравнение (1) в малых приращениях:

$$L_1 \cdot \frac{d\left(I_{10} + \Delta i_1\right)}{dt} + \left(I_{10} + \Delta i_1\right) \cdot \left(R_1 + R_д\right) = L_1 \cdot \frac{d\left(\Delta i_1\right)}{dt} + I_{10}\left(R_1 + R_д\right) + \Delta i_1 \cdot \left(R_1 + R_д\right) = U_0 + \Delta U \quad (3)$$

вычтем из (3) уравнение (2)

$$L_1 \cdot \frac{d(\Delta i_1)}{dt} + \Delta i_1 \cdot (R_1 + R_д) = \Delta U \qquad (4)$$

перепишем (4) в следующем виде:

$$\frac{L_1}{(R_1 + R_д)} \cdot \frac{d(\Delta i_1)}{dt} + \Delta i_1 = \frac{\Delta U}{(R_1 + R_д)}. \qquad (5)$$

Введем обозначения:

$$\frac{U}{(R_1 + R_д)} = I_{10}; \qquad \frac{L_1}{(R_1 + R_д)} = T_1; \qquad \frac{1}{(R_1 + R_д)} = k_1;$$

Получим

$$T_1 \cdot \frac{d(\Delta i_1)}{dt} + \Delta i_1 = k_1 \cdot \Delta U. \qquad (6)$$

Второй элемент. Входная величина напряжение генератора U, выходная величина перемещение сердечника электромагнита Δs. Из теоремы о движении центра масс системы следует:

$$m \cdot a_{cy} = \Sigma F_y, \qquad (7)$$

где $a_{cy} = \ddot{s}$ – ускорение центра масс подвижной части по оси y,

m – масса подвижной части,

ΣF_y – сумма сил, действующих на подвижную систему.

Для определения сил, действующих на подвижную систему, составим схему (рис. 2).

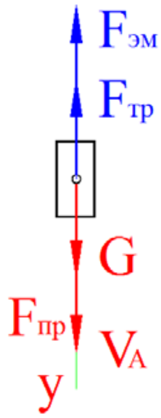

Рис. 2. Расчетная схема для определения сил, действующих на подвижную систему

Уравнение равновесия сил при статическом (неподвижном) состоянии сердечника:

$$F_{пр0} - F_{эм0} - F_{тр0} + G = c_2 \cdot s_0 + m \cdot g - c_1 \cdot (I_{10})^2 = 0, \qquad (8)$$

где $G = m \cdot g$ - сила тяжести; (9)

$F_{пр0} = c_2 \cdot s_0$ - сила упругости пружины; (10)

s_0 - начальное растяжение пружины;

$F_{тр} = h \cdot \dot{s}$; Н – сила трения; (11)

при статическом состоянии $F_{тр0} = 0$;

$F_{эм0} = c_1 \cdot I_{10}^2$ - сила электромагнита; (12)

Сила электромагнита $\qquad F_{эм} = c_1 \cdot (I_1)^2.$ (13)

Уравнение (6) нелинейно, его необходимо линеаризовать. Разложим (13) в ряд Тейлора и получим уравнение динамики в малых отклонениях:

$$F_{эм}=c_1\cdot\left(F_{эм0}+\frac{\partial F_{эм}}{\partial I_1}\bigg|_{I_{10}}\cdot\Delta i\right)+\Delta=c_1\cdot\left(I_{10}\right)^2+2\cdot c_1\cdot I_{10}\cdot\Delta i, \tag{14}$$

где; Δ – слагаемые высшего порядка , согласно методу линеаризации их отбрасывают.

Отклонение электромагнитной силы:

$$\Delta f_{эм}=F_{эм}-F_{эм0}=c_1\cdot\left(I_{10}\right)^2+2\cdot c_1\cdot I_{10}\cdot\Delta i-c_1\cdot\left(I_{10}\right)^2=2\cdot c_1\cdot I_{10}\cdot\Delta i.$$

При движении сердечника электромагнита появляется сила трения (11) пропорциональная скорости: $\dfrac{dv}{dt}=\dot{s}$.

Подставим уравнения (8)-(11) в (7):

$$m\cdot\ddot{s}=c_2\cdot s-c_1\cdot\left(I_1\right)^2-h\cdot\dot{s}. \tag{15}$$

Введем малые отклонения переменных величин:

$$U_{вх}=U_0+\Delta U;\ I_1=I_{10}+\Delta i_1;\ s=s_0+\Delta s;\ r=r_0+\Delta r;\ F=F_0+\Delta f;$$

$$m\cdot\left(s_0+\Delta s\right)''=c_2\cdot\left(s_0+\Delta s\right)-\left(c_1\cdot\left(I_{10}\right)^2+2\cdot c_1\cdot I_{10}\cdot\Delta i\right)-h\cdot\left(s_0+\Delta s\right)'+m\cdot g. \tag{16}$$

Вычтем из (16) уравнение (8). В левой части уравнения запишем выходную величину и все ее производные, в правой части входную величину и ее производные.

$$m\cdot\Delta\ddot{s}+h\cdot\Delta\dot{s}+c_2\cdot\Delta s+\Delta s=2\cdot c_1\cdot I_{10}\cdot\Delta i. \tag{17}$$

По условию отклонение $\Delta r=k_3\cdot\Delta s$ (18)

Проведем замену переменной. Подставим в (17) значение (18):

$$m\cdot\frac{\Delta\ddot{r}}{k_3}+h\cdot\frac{\Delta\dot{r}}{k_3}+c_2\cdot\frac{\Delta r}{k_3}=2\cdot c_1\cdot I_{10}\cdot\Delta i, \tag{19}$$

откуда:

$$\Delta i=\frac{m\cdot\Delta\ddot{r}+h\cdot\Delta\dot{r}+c_2\cdot\Delta r}{k_3\cdot 2\cdot c_1\cdot I_{10}}. \tag{20}$$

Подставим (20) в (6):

$$T_1\cdot\left(m\cdot\Delta\dddot{r}+h\cdot\Delta\ddot{r}+c_2\cdot\Delta\dot{r}\right)+\left(m\cdot\Delta\ddot{r}+h\cdot\Delta\dot{r}+c_2\cdot\Delta r\right)=k_1\cdot\Delta U\cdot k_3\cdot 2\cdot c_1\cdot I_{10}.$$

Приведем коэффициент перед искомой величиной к 1.

$$T_1\cdot m\cdot\Delta\dddot{r}+\Delta\ddot{r}\cdot\left(T_1\cdot h+m\right)+\Delta\dot{r}\cdot\left(T_1\cdot c_2+h\right)+c_2\cdot\Delta r=k_1\cdot k_3\cdot 2\cdot c_1\cdot I_{10}\cdot\Delta U$$

$$T_1\cdot\frac{m}{c_2}\cdot\Delta\dddot{r}+\Delta\ddot{r}\cdot\left(\frac{T_1\cdot h+m}{c_2}\right)+\Delta\dot{r}\cdot\left(\frac{T_1\cdot c_2+h}{c_2}\right)+\Delta r=k_1\cdot\frac{2\cdot c_1\cdot I_{10}}{c_2}\cdot k_3\cdot\Delta U$$

$$T_1\cdot T_2^2\cdot\Delta\dddot{r}+\Delta\ddot{r}\cdot\left(T_1\cdot T_3+T_2^2\right)+\Delta\dot{r}\cdot\left(T_1+T_3\right)+\Delta r=k_1\cdot k_2\cdot k_3\cdot\Delta U \tag{21}$$

где $k_2=2\cdot I_{10}\cdot\dfrac{c_1}{c_2};\ T_2^2=\dfrac{m}{c_2};\ T_3=\dfrac{h}{c_2};$

Таким образом, получено линейное дифференциальное уравнение 3-го порядка, описывающее динамику регулятора и выражающее зависимость отклонения *Δr* от отклонения *ΔU.*

Решим эту же задачу другим способом. Движение ЭМС описывают уравнения (1) и (7). Для удобства дальнейшего решения перепишем эти уравнения:

$$m\cdot\Delta\ddot{s}=m\cdot g+c_2\cdot\Delta s-h\cdot\Delta\dot{s}-c_1\cdot i_1^2, \tag{22}$$

$$L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + i_1 \cdot \left(R_1 + R_д\right) = U + \Delta U(t). \qquad (23)$$

Ток в катушке электромагнита изменяется по закону:

$$i_1(t) = i_{1св}(t) + i_{1вын}\left(t\right), \qquad (24)$$

где $i_{1св}$ – свободная составляющая тока, которая определяется общим решением дифференциального уравнения (23);

$i_{1вын}\left(t\right)$ – вынужденная составляющая тока, являющаяся частным решением дифференциального уравнения.

Для уравнения (23) составим характеристическое уравнение:

$$L_1 \cdot p + \left(R_1 + R_д\right) = 0 \cdot \qquad (25)$$

Определим корни характеристического уравнения (25):

$$p = -\frac{\left(R_1 + R_д\right)}{L_1}.$$

Корень характеристического уравнения – действительное целое число. Решение будем искать в виде:

$$i_{1св}(t) = A_1 \cdot e^{pt}. \qquad (26)$$

Определим частное решение дифференциального уравнения (23). Введем допущения. Считаем, что напряжение генератора изменяется по линейному закону:

$$\Delta U\left(t\right) = k_4 \cdot \Delta U \cdot t,$$

где к$_4$ – коэффициент пропорциональности.

Перепишем правую часть уравнения (23):

$$U + \Delta U(t) = U + k_4 \cdot \Delta U \cdot t.$$

Частное решение будем искать в виде:

$$i_{1вын}\left(t\right) = B_1 \cdot t + C_1. \qquad (27)$$

Определим первую производную от (27):

$$i'_{1вын}\left(t\right) = B_1. \qquad Ь \qquad (28)$$

Подставим (27) и (28) в левую часть (23) и определим неизвестные коэффициенты.

$$\left(B_1 + B_1 \cdot t \cdot \frac{\left(R_1 + R_д\right)}{L_1} + C_1 \frac{\left(R_1 + R_д\right)}{L_1}\right) = \frac{U}{L_1} + k_4 \cdot \frac{\Delta U}{L_1} \cdot t.$$

$$\begin{cases} B_1 \cdot \dfrac{\left(R_1 + R_д\right)}{L_1} = k_4 \cdot \dfrac{\Delta U}{L_1}, \qquad B_1 = \dfrac{k_4 \cdot \Delta U}{\left(R_1 + R_д\right)}. \\ B_1 + C_1 \dfrac{\left(R_1 + R_д\right)}{L_1} = \dfrac{U}{L_1}, \; C_1 = \dfrac{U}{\left(R_1 + R_д\right)} - \dfrac{B_1 \cdot L_1}{\left(R_1 + R_д\right)} = \dfrac{U}{\left(R_1 + R_д\right)} - \dfrac{k_4 \cdot \Delta U \cdot L_1}{\left(R_1 + R_д\right)}. \end{cases}$$

Введем обозначения:

$$\frac{U}{\left(R_1 + R_д\right)} = I_{10}, \qquad \frac{L_1}{\left(R_1 + R_д\right)} = T_1, \qquad \frac{1}{\left(R_1 + R_д\right)} = k_1.$$

Запишем закон изменения тока $i_1\left(t\right)$:

$$i_1(t) = A_1 \cdot e^{pt} + k_4 \cdot \Delta U(k_1 \cdot t - T_1) + I_{10}. \quad (29)$$

Определим коэффициент A_1. Для начальных условий $t=0$ $i_1(0) = I_{10}$ тогда:

$$I_{10} = A_1 \cdot e^{p \cdot 0} + k_4 \cdot \Delta U(k_1 \cdot 0 - T_1) + I_{10},$$

$$A_1 = k_4 \cdot \Delta U \cdot T_1,$$

$$i_1(t) = k_4 \cdot \Delta U \cdot T_1\left(e^{pt} - 1\right) + k_4 \cdot k_1 \cdot \Delta U \cdot t + I_{10}. \quad (30)$$

Следовательно, сила электромагнита:

$$F_{эм} = c_1 \cdot \left(k_4 \cdot \Delta U \cdot T_1\left(e^{pt} - 1\right) + k_4 \cdot k_1 \cdot \Delta U \cdot t + I_{10}\right)^2, \quad (31)$$

отклонение $$\Delta r = k_3 \cdot \Delta s,$$

(32)

откуда: $$\Delta s = \frac{\Delta r}{k_3}.$$

Подставим уравнения (23)-(32) в (1), получим

$$m \cdot \Delta\ddot{s} = m \cdot g + c_2 \cdot \Delta s - c_1 \cdot \left(\Delta U\left(k_4 \cdot T_1\left(e^{pt} - 1\right) + k_4 \cdot k_1 \cdot t\right) + I_{10}\right)^2 - h \cdot \Delta\dot{s}$$

или

$$m \cdot \Delta\ddot{s} + h \cdot \Delta\dot{s} - c_2 \cdot \Delta s = m \cdot g - c_1 \cdot \left(I_{10}^2 + 2 \cdot I_{10} \cdot \Delta U \cdot D + (\Delta U \cdot D)^2\right). \quad (33)$$

Введем обозначения:

$$D = \left(k_4 \cdot T_1\left(e^{pt} - 1\right) + k_4 \cdot k_1 \cdot t\right);\ \Delta\dot{r} = k_3 \cdot \Delta\dot{s};\ \Delta\ddot{r} = k_3 \cdot \Delta\ddot{s}.$$

Подставим полученные обозначения в (27)

$$\left(\Delta\ddot{r} + \frac{h}{m} \cdot \Delta\dot{r} - \frac{c_2}{m} \cdot \Delta r\right)\frac{1}{k_3} = g - \frac{c_1}{m} \cdot \left(I_{10}^2 + 2 \cdot I_{10} \cdot \Delta U \cdot D + (\Delta U \cdot D)^2\right). \quad (34)$$

Уравнение (34) является неоднородным дифференциальным уравнением. Решением такого уравнение будет сумма общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения.

Найдем общее решение уравнения (34). Для чего составим характеристическое уравнение и определим корни:

$$\lambda^2 + \frac{h}{m} \cdot \lambda - \frac{c_2}{m} = 0,$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{h}{m} - \frac{\sqrt{h^2 + 4 \cdot c_2 \cdot m}}{m}\right), \qquad \lambda_2 = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{h}{m} + \frac{\sqrt{h^2 + 4 \cdot c_2 \cdot m}}{m}\right).$$

Получены различные действительные корни, среди которых нет нуля, поэтому общее решение:

$$\Delta r = C_1 \cdot e^{\lambda_1 \cdot \Delta U} + C_2 \cdot e^{\lambda_2 \cdot \Delta U}.$$

Выясним, в каком виде будем искать частное решение. Запишем правую часть уравнения (34) в следующем виде:

$$g-\frac{c_1}{m}\cdot\left(I_{10}^2+2\cdot I_{10}\cdot\Delta U\cdot D+\left(\Delta U\cdot D\right)^2\right)=A_2+B_2\cdot\Delta U+D_2\cdot\Delta U^2,$$

$$A_2=g-\frac{c_1\cdot I_{10}^2}{m},\qquad B_2=\frac{2\cdot c_1\cdot I_{10}\cdot D}{m},\qquad D_2=\frac{c_1}{m}\cdot D^2.$$

Решение будем искать в виде:

$$\Delta\tilde{r}=A_3+B_3\cdot\Delta U+D_3\cdot\Delta U^2. \tag{35}$$

Первая производная от (35):

$$\Delta\tilde{r}'=B_3+2\cdot D_3\cdot\Delta U.$$

Вторая производная от (35):

$$\Delta\tilde{r}''=2\cdot D_3.$$

Подставим значения производных (18) в левую часть (17):

$$\left(\Delta\ddot{r}+\frac{h}{m}\cdot\Delta\dot{r}-\frac{c_2}{m}\cdot\Delta r\right)\frac{1}{k_3}=2\cdot D_3+\frac{h}{m}\cdot\left(B_3+2\cdot D_3\cdot\Delta U\right)-\frac{c_2}{m}\cdot\left(A_3+B_3\cdot\Delta U+D_3\cdot\Delta U^2\right)$$

Составим систему линейных коэффициентов:

$$\begin{cases}-\dfrac{D_3\cdot c_2}{m}=D_2,\\[2mm] \dfrac{2\cdot D_3\cdot h}{m}-\dfrac{B_3\cdot c_2}{m}=B_2,\\[2mm] 2\cdot D_3-\dfrac{A_3\cdot c_2}{m}+\dfrac{B_3\cdot h}{m}=A_2.\end{cases}$$

Введем обозначения:

$$T_2^2=\frac{m}{c_2},\qquad T_3=\frac{h}{c_2},\ D_3=-\frac{D_2}{T_2^2},\qquad D_3=-\frac{D_2}{T_2^2}=-\frac{c_1\cdot D^2}{m\cdot T_2^2}, \tag{36}$$

$$B_3=\frac{\dfrac{2\cdot D_3\cdot h}{m}-B_2}{\dfrac{c_2}{m}}=\frac{2\cdot D_3\cdot h}{c_2}-\frac{B_2}{\dfrac{c_2}{m}}=-\frac{2\cdot D^2\cdot c_1\cdot h}{m^2}-\frac{2\cdot c_1\cdot I_{10}\cdot D}{c_2}, \tag{37}$$

$$A_3=2\cdot D_3\cdot\frac{m}{c_2}-A_2\cdot\frac{m}{c_2}+\frac{B_3\cdot h}{m}\cdot\frac{m}{c_2}=-\frac{2\cdot c_1\cdot D^2}{m}-A_2\cdot T_2^2-\frac{2\cdot h^2\cdot D^2\cdot c_1}{c_2m^2}-\frac{2\cdot c_1\cdot I_{10}\cdot D\cdot h}{c_2^2},$$

$$A_2\cdot T_2^2=\frac{I_{10}^2\cdot c_1}{c_2}-\frac{mg}{c_2},$$

$$A_3=\frac{I_{10}^2\cdot c_1}{c_2}-\frac{mg}{c_2}-\frac{2\cdot c_1\cdot D^2}{m}-\frac{2\cdot h^2\cdot D^2\cdot c_1}{c_2m^2}-\frac{2\cdot c_1\cdot I_{10}\cdot D\cdot h}{c_2^2}. \tag{38}$$

$$\Delta r=C_1\cdot e^{\lambda_1\cdot\Delta U}+C_2\cdot e^{\lambda_2\cdot\Delta U}+A_3+B_3\cdot\Delta U+D_3\cdot\Delta U^2. \tag{39}$$

Определим коэффициенты C_1 и C_2 для начальных условий: $\Delta U=0$; $\Delta r=0$; $\Delta\dot{r}=0$; $\Delta\ddot{r}=0$.

Первая производная:

$$\Delta\dot{r} = C_1 \cdot \lambda_1 \cdot e^{\lambda_1 \cdot \Delta U} + C_2 \cdot \lambda_2 \cdot e^{\lambda_2 \cdot \Delta U} + B_3 + 2 \cdot D_3 \cdot \Delta U;$$

вторая производная:

$$\Delta\ddot{r} = C_1 \cdot \lambda_1^2 \cdot e^{\lambda_1 \cdot \Delta U} + C_2 \cdot \lambda_1^2 \cdot e^{\lambda_2 \cdot \Delta U} + 2 \cdot D_3;$$

$$\begin{cases} 0 = C_1 + C_2 + A_3, \\ 0 = C_1 \cdot \lambda_1 + C_2 \cdot \lambda_2 + B_3, \end{cases} \qquad \begin{aligned} &C_1 = -C_2 - A_3, \\ &0 = \left(-C_2 - A_3\right) \cdot \lambda_1 + C_2 \cdot \lambda_2 + B_3, \end{aligned}$$

$$C_2 = \frac{B_3 - A_3 \cdot \lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2},$$

$$C_1 = -\left(\frac{B_3 - A_3 \cdot \lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2}\right) - A_3 = -\frac{B_3}{\lambda_1 - \lambda_2} + A_3\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}\right).$$

Все параметры, которые входят в уравнение (39), определяются из исходных данных и начальных условий. Само уравнение полностью отвечает сформулированной цели исследования и устанавливает прямую зависимость отклонения *Δr* от отклонения *ΔU*.

ВЫВОДЫ

На базе полученных аналитическим путем математических моделей можно проектировать систему автоматического регулирования напряжения генератора постоянного тока с параллельным возбуждением, определять параметры, обеспечивающие заданные показатели устойчивости, точности и качества, определять динамические процессы в системе. На основании математического моделирования составляют технические требования на аппаратуру системы. Окончательный выбор параметров регулятора и его настройка выполняют в натурных условиях при опытной отработке системы регулирования.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Электротехническая энциклопедия в 4-х томах / Гл. ред. А.Ф.Дьяков. – Изд-во МЭИ, 2010. – Т. 4. – С. 178. – 261 с.

2. Теория управления: Учеб. / А.А.Алексеев, Д.Х.,Имаев Н.Н.Кузьмин, В.Б. Яковлев. – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 1999.

3. Вольдек А. И. Электрические машины. Введение в электромеханику. Машины постоянного тока и трансформаторы: Учебник для вузов / А. И. Вольдек, В. В. Попов. – СПб: «Питер», 2008. – 320 с.

4. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления: учеб. Пособие / В. А. Бесекерский. — СПб.: Профессия, 2007.

5. Менщиков И. А. Математическая модель прогнозирования устойчивости функционирования электромеханических систем / И. А. Менщиков. – Весник СГПУ, 2012. – №2(66).– Выпуск 2. – С.114–120.

6. Зубов В. И. Лекции по теории управления: учеб. Пособие / В. И. Зубов. – СПб.: Лань, 2009.

7. Зайченко Т. Н. Решение задач динамики электромеханических систем в среде автоматизированного моделирования МАРС / Т. Н. Зайченко. – Известия Томского политехнического университета, 2005. – Т. 308. – № 4 – С.147–153.

8. Завьялова О. Ю. Синтез регулятора маховичного электромеханического исполнительного органа / О. Ю. Завьялова, Ю. М. Казанцев. – Известия Томского политехнического университета, 2012. – Т. 320. – № 4. – С.162–166.

9. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы / И. В. Митрошник. – СПб.: Питер, 2005.

Статья поступила в редакцию 01.02.2016 г.